

TN-726 - Métodos Numéricos

Introdução

Marcelo Zamith

e-mail: mzamith@ufrj.br
<https://www.dcc.ufrj.br/~marcelo/>

Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - DCC



Introdução



Introdução

O que é Cálculo Numérico ?

Introdução

O que é Cálculo Numérico ?

- O Cálculo Numérico consiste de um conjunto de ferramentas ou métodos para se obter a solução de problemas matemáticos de forma aproximada.
- Esses métodos se aplicam principalmente a problemas que não apresentam uma solução exata, portanto precisam ser resolvidos numericamente.

Introdução

Por que produzir resultados numéricos ?

Introdução

Por que produzir resultados numéricos ?

- i Um problema de Matemática pode ser resolvido **analiticamente**, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do tamanho do problema.



Introdução

Por que produzir resultados numéricos ?

- i Um problema de Matemática pode ser resolvido **analiticamente**, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do tamanho do problema.
 - ▶ Exemplo: solução de sistemas de equações lineares.

Introdução

Por que produzir resultados numéricos ?

- i Um problema de Matemática pode ser resolvido **analiticamente**, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do tamanho do problema.
 - ▶ Exemplo: solução de sistemas de equações lineares.
- ii A existência de problemas para os quais não existem métodos matemáticos para solução (não podem ser resolvidos analiticamente).

Introdução

Por que produzir resultados numéricos ?

- i Um problema de Matemática pode ser resolvido **analiticamente**, mas esse método pode se tornar impraticável com o aumento do tamanho do problema.
 - ▶ Exemplo: solução de sistemas de equações lineares.
- ii A existência de problemas para os quais não existem métodos matemáticos para solução (não podem ser resolvidos analiticamente).
 - ▶ Exemplos:
 - equações diferenciais parciais não lineares podem ser resolvidas analiticamente só em casos particulares;
 - $y' = y^2 + t^2$ não pode ser resolvido analiticamente;
 - $\int e^{x^2} dx$ não tem primitiva em forma simples.

Introdução

- Os métodos numéricos buscam soluções aproximadas para as formulações matemáticas.
- Nos problemas reais, os dados são medidas e, como tais, não são exatos. Uma medida física não é um número, é um intervalo, pela própria imprecisão das medidas. Daí, trabalha-se sempre com a figura do **erro**, inerente à própria medição.
- Os métodos aproximados buscam uma aproximação do que seria o valor exato. Dessa forma, é inerente aos métodos se trabalhar com a figura da **aproximação**, do **erro**, do **desvio**.

Introdução

- Os métodos numéricos buscam soluções aproximadas para as formulações matemáticas.
- Nos problemas reais, os dados são medidas e, como tais, não são exatos. Uma medida física não é um número, é um intervalo, pela própria imprecisão das medidas. Daí, trabalha-se sempre com a figura do **erro**, inerente à própria medição.
- Os métodos aproximados buscam uma aproximação do que seria o valor exato. Dessa forma, é inerente aos métodos se trabalhar com a figura da **aproximação**, do **erro**, do **desvio**.

Introdução

Função do Cálculo - aplicação em diversas áreas:

“Buscar solucionar problemas técnicos através de métodos numéricos → modelo matemático”

Introdução

- Exemplo 1: Qual é a área de uma circunferência de raio 100 mts ?

Introdução

- Exemplo 1: Qual é a área de uma circunferência de raio 100 mts ?
 - a 31400 m^2
 - b 31416 m^2
 - c 31415.92654 m^2

Introdução

- Exemplo 1: Qual é a área de uma circunferência de raio 100 mts ?
 - a 31400 m^2
 - b 31416 m^2
 - c 31415.92654 m^2
- Exemplo 2: Qual o resultado dos seguintes somatórios calculados no computador e na calculadora:
 - ▶ $S = \sum_{i=1}^{300000} x_i$ se $x_i = 0.5$

Introdução

- Exemplo 1: Qual é a área de uma circunferência de raio 100 mts ?
 - a 31400 m^2
 - b 31416 m^2
 - c 31415.92654 m^2
- Exemplo 2: Qual o resultado dos seguintes somatórios calculados no computador e na calculadora:
 - ▶ $S = \sum_{i=1}^{300000} x_i$ se $x_i = 0.5$
 - a $S = 15000$ na calculadora.
 - b $S = 15000$ no computador.
 - ▶ $S = \sum_{i=1}^{300000} x_i$ se $x_i = 0.11$

Introdução

- Exemplo 1: Qual é a área de uma circunferência de raio 100 mts ?
 - a 31400 m^2
 - b 31416 m^2
 - c 31415.92654 m^2
- Exemplo 2: Qual o resultado dos seguintes somatórios calculados no computador e na calculadora:
 - ▶ $S = \sum_{i=1}^{300000} x_i$ se $x_i = 0.5$
 - a $S = 15000$ na calculadora.
 - b $S = 15000$ no computador.
 - ▶ $S = \sum_{i=1}^{300000} x_i$ se $x_i = 0.11$
 - a $S = 3300$ na calculadora.
 - b $S = 3299.99691$ no computador.

Introdução

Exemplos da influência dos erros nas soluções

- **Exemplo 1:** Falha no lançamento de mísseis (25/02/1991 - Guerra do Golfo - míssil Patriot)

- O Problema modelado: cálculo da rota para interceptação de mísseis inimigos.
- O erro: limitação na representação numérica (24 bits) → erro de 0,34s no cálculo do tempo de lançamento.
- Resultado: 28 soldados mortos.



Introdução

Exemplos da influência dos erros nas soluções

- **Exemplo 2:** Explosão do foguete Ariane 5 - (04/06/1996 - Guiana Francesa)

- O Problema modelado: Lançamento do foguete.
- O erro: Limitação na representação numérica (64 bits ponto flutuante / 16 bits de inteiro).
- Resultado: foguete destruído (\$7 bilhões + \$500 milhões).



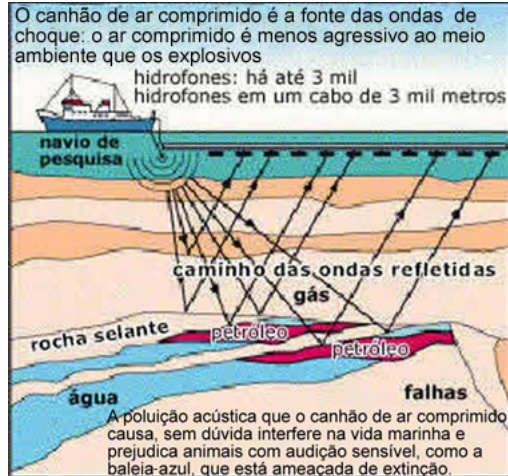
Introdução

Aplicações

- Simulações.
- Inteligência Artificial.
- Determinação de raízes de equações.
- Interpolação de valores tabelados.
- Integração numérica.
- Etc...

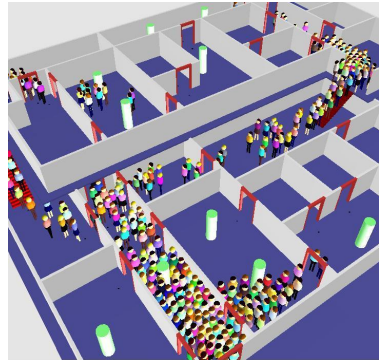
Introdução

Prospecção de óleo



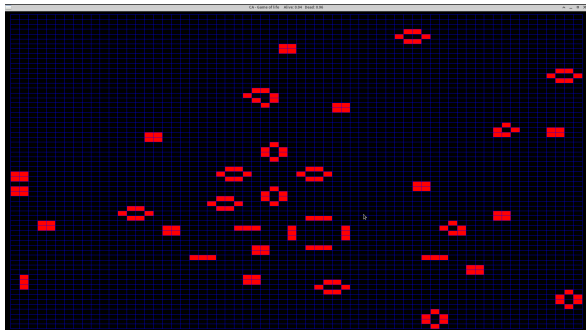
Introdução

Simulação de trânsito e pessoas



Introdução

Game of life



● Regras:

- ▶ **Superpopulação:** Uma célula viva com mais de 3 vizinhos vivos morre na próxima geração.
- ▶ **Solidão:** Uma célula viva com menos de 2 vizinhos vivos morre na próxima geração (morre por solidão).
- ▶ **Sobrevivência:** Uma célula viva com 2 ou 3 vizinhos vivos permanece viva na próxima geração.
- ▶ **Reprodução:** Uma célula morta com exatamente 3 vizinhos vivos se torna viva na próxima geração.

